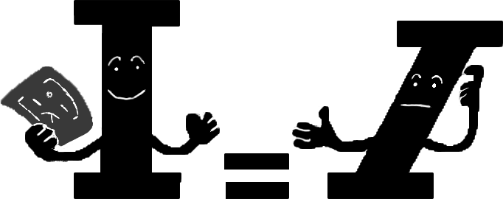
به نام خدا



تمرین چهارم

جبر خطی کاربردی – پاییز 1400

**توضیحات**

* پاسخ ها مرتب و خوانا باشند.
* در صورت وجود هرگونه ابهام، از طریق ایمیل [linearalgebra.fall1400@gmail.com](mailto:linearalgebra.fall1400@gmail.com) سوال خود را بپرسید.
* مهلت ارسال پاسخ ها تا ساعت **23:59 جمعه 3** دی می‌باشد.
* پاسخ به تمرین ها باید به صورت انفرادی صورت گیرد و درصورت مشاهده هرگونه **تقلب** نمره **صفر** برای کل تمرین منظور خواهد شد
* با توجه به فشردگی برنامه تمرین ها در طول ترم، امکان تمدید تمرین وجود نخواهد داشت.
* پاسخ خود را به صورت یک فایل pdf و با فرمت HW?\_Name\_StudentNumber آپلود کنید.

(مثال: HW4\_SeyyedFarzadRadnia\_9831024).

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

1- درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید و برای پاسخ خود دلیل مناسب بیاورید.

الف) پایه برای یک فضای برداری، بزرگترین مجموعه مستقل خطی ممکن است که آن فضا را می کند.

ب) اگر یک مجموعه مستقل خطی در زیرفضای باشد، آنگاه یک پایه برای خواهد بود.

ج) اگر و یک بردار دلخواه باشد، آنگاه یک مقدار ویژه برای است.

د) اگر برای یک مقدار دلخواه برقرار باشد، آنگاه یک بردار ویژه برای است.

ذ) اگر یک ماتریس معکوس پذیر باشد، آنگاه قطری شونده نیز هست.

ه) اگر باشد و یک ماتریس قطری باشد، آنگاه ستون های غیر صفر بردار ویژه هستند.

2- مجموعه ی یک پایه برای می باشد . مختصات متناسب با پایه ی B را برای بیابید.

*3- فرض کنید یک فضای برداری و یک پایه برای آن باشد. همچنین وکتور های نیز وکتور هایی در باشند و ماتریس ماتریس، ماتریسی است که ستون های آن متشکل از وکتور مختصات وکتور های در پایه است.*

*اگر پس از اعمال کاهش سطری، ماتریس به فرم زیر درآمده باشد، آنگاه به سوالات زیر پاسخ دهید (توضیح):*

*الف) بعد را بدست آورید. ()*

*ب) بعد را بدست آورید.*

*4- الف) فرض کنید یک زیرفضا از و یک پایه برای باشد. ثابت کنید که تمام پایه های دارای بردار در هستند.*

*ب) فرض کنید یک ماتریس است و آن یک صفحه در است. همچنین آن توسط بردار غیرصفر در ، می شود. و را تعیین کنید و و ماتریس را بدست آورید.*

*5- فرض کنید یک پایه برای باشد. ماتریس را در نظر بگیرید. چرا این ماتریس معکوس پذیر است؟*

*حال ثابت کنید که برای هر وکتور ، وکتور .*

*6- برای ماتریس یک مقدار ویژه بدون محاسبات بدست آورید. جواب خود را توضیح دهید.*

*7- الف)* نشان دهید اگر ماتریس ، بردار ویژه مستقل خطی داشته باشد، آنگاه هم بردار ویژه مستقل خطی دارد.

ب) اگر یک مقدار وِیژه برای ماتریس باشد، نشان دهید که .

*8- فرض کنید می خواهیم دنباله فیبوناچی را با استفاده از مفاهیمی که تا به حال خوانده ایم مدل سازی کنیم، در اینصورت خواهیم داشت:*

*الف) ماتریس را بیابید.*

*ب) مقادیر ویژه و بردار ویژه را بیابید.*

*ج) ماتریس را تجزیه طیفی[[1]](#footnote-1) کنید.*

*د) ماتریس را برحسب بیابید.*

*ه) رابطه صریح برای بیابید.*

9- مقادیر ویژه و را برای ماتریس های زیر بدست آورید.

10- مقادیر ویژه ماتریس را بدست آورده و بردار ویژه های آن را بیابید.

سپس ماتریس را قطری سازی کرده و صحت جواب خود را بدون محاسبه بررسی کنید.

11- الف) مقادیر ویژه و بردار های ویژه را برحسب بیابید.

*ب) در صورتی که باشد، را محاسبه کنید.*

*پ) ماتریس ای بیابید که شود و مقادیر ویژه آن را محاسبه کنید.*

*12- فرض کنید یک ماتریس حقیقی است که دارای یک مقدار ویژه مختلط به فرم و یک بردار وِیژه است. حال نشان دهید:*

موفق باشید

تیم تدریسیاری جبر خطی پاییز 1400

1. Spectral Decomposition [↑](#footnote-ref-1)